

ROBERTO AMADEU FASSARELLA

MATEMÁTICA FINANCEIRA BÁSICA



EDITORA MILFONTES

MATEMÁTICA FINANCEIRA BÁSICA



Copyright © 2019, Roberto Amadeu Fassarella.

Copyright © 2019, Editora Milfontes.

Av. Adalberto Simão Nader, 1065/ 302, República, Vitória, ES.

Compra direta e fale conosco: <https://editoramilfontes.com.br>

Distribuição nacional em: www.amazon.com.br

editor@editoramilfontes.com.br

Brasil

Editor Chefe

Bruno César Nascimento

Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alexandre de Sá Avelar (UFU)
- Prof. Dr. Arnaldo Pinto Júnior (UNICAMP)
- Prof. Dr. Arthur Lima de Ávila (UFRGS)
- Prof. Dr. Cristiano P. Alencar Arrais (UFG)
- Prof. Dr. Diogo da Silva Roiz (UEMS)
- Prof. Dr. Eurico José Gomes Dias (Universidade do Porto)
- Prof. Dr. Hans Urich Gumbrecht (Stanford University)
- Prof^a. Dr^a. Helena Miranda Mollo (UFOP)
- Prof. Dr. Josemar Machado de Oliveira (UFES)
- Prof. Dr. Júlio Bentivoglio (UFES)
- Prof. Dr. Jurandir Malerba (UFRGS)
- Prof^a. Dr^a. Karina Anhezini (UNESP - Franca)
- Prof^a. Dr^a. Maria Beatriz Nader (UFES)
- Prof. Dr. Marcelo de Mello Rangel (UFOP)
- Prof^a. Dr^a. Rebeca Gontijo (UFRRJ)
- Prof. Dr. Ricardo Marques de Mello (UNESPAR)
- Prof. Dr. Thiago Lima Nicodemo (UERJ)
- Prof. Dr. Valdei Lopes de Araújo (UFOP)
- Prof^a. Dr^a Verónica Tozzi (Universidad de Buenos Aires)

ROBERTO AMADEU FASSARELLA

MATEMÁTICA FINANCEIRA BÁSICA



EDITORA MILFONTES

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida ou transmitida por qualquer forma e/ou quaisquer meios (eletrônico ou mecânico, incluindo fotocópia e gravação digital) sem a permissão prévia da editora.

Revisão

De responsabilidade exclusiva dos organizadores

Capa

Imagem da capa:

Autor: não citado, logo, tenho declarado que não existe intenção de violação de propriedade intelectual
Bruno César Nascimento - *Aspectos*

Projeto Gráfico e Editoração

Weverton Bragança do Amaral

Cristhian Fontana Mattiuzzi

Impressão e Acabamento

GM Gráfica e Editora

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F249m Fassarella, Roberto Amadeu

Matemática financeira básica/ Roberto Amadeu Fassarella.

Vitória: Editora Milfontes, 2019.

136 p. : 23 cm

Inclui Bibliografia.

ISBN: 978-85-94353-63-4

1. Matemática 2. Finanças 3. Economia I. Fassarella, Roberto Amadeu II. Título.

CDD 332.0

SUMÁRIO

Apresentação	11
---------------------------	-----------

Capítulo 1 Fundamentos

Introdução	15
-------------------------	-----------

Conceitos básicos	17
--------------------------------	-----------

- Juros 17
 - Fatores que afetam a taxa de remuneração do dinheiro em operações financeiras 18
- Capital..... 19
- Tempo..... 19
- Taxas de juro..... 19
- Capitalização..... 20

Capítulo 2 Juros Simples

Introdução	23
-------------------------	-----------

Fórmulas de juros simples	24
--	-----------

- Juro..... 24
- Valor Futuro 25
- Cálculo do Valor Presente 26
- Taxa de Juro 26

• Taxas de juros proporcionais	27
Juro exato e juro comercial	29
Exercícios propostos.....	29

Capítulo 3

Juros Compostos

Introdução	31
Fórmulas em juros compostos	32
• Cálculo do valor futuro	32
• Cálculo do valor presente.....	33
• Cálculo da taxa de juro	34
• Cálculo do juro	35
Taxas de juros equivalentes.....	35
Taxas nominais e taxas efetivas	39
Equivalência financeira em juros compostos	40
Capitalização contínua.....	43
Exercícios propostos.....	45

Capítulo 4

Operação de Desconto

Introdução	47
Desconto simples.....	49
• Desconto racional ou “por dentro” simples	49

• Desconto comercial, bancário ou “por fora” simples.....	51
• Relação entre a taxa do desconto simples “por fora” e a taxa de juros simples	53
• Relação entre taxa de desconto comercial simples e taxa implícita composta de juros (taxa efetiva de juros).....	56
• Despesas bancárias e operações de desconto comercial simples	58
• Desconto comercial simples e operações com um conjunto de títulos	59
• Cálculo da taxa de juro racional nas operações de desconto para vários títulos.	61
Desconto composto	62
• Desconto racional ou “por dentro” composto	62
• Desconto comercial, bancário ou “por fora” composto.	64
• Relação entre taxa de desconto bancário composto e taxa de juro composto.....	66
Exercícios propostos.....	67

Capítulo 5

Matemática Financeira e Inflação

Introdução	69
Medidas de inflação	69
• Conceito de número-índice	70
• Número-Índice Simples de Preço	71

• Índice de preços agregados	72
• Índices agregados ponderados de preços.....	74
— Índice de Laspeyres	74
— Índice de preços de Paasche.....	75
— Índice de Fischer	77
Valores nominais e valores reais.....	78
Taxa acumulada e taxa média de inflação	80
Taxa de variação do poder aquisitivo da moeda	81
Taxa nominal e taxa real de juros	83
Exercícios propostos.....	84

Capítulo 6 **Fluxos de Caixa**

Introdução.....	87
Fluxos de caixa uniformes.....	88
• Fluxos de caixa modelo-padrão ou convencional	88
— Valor presente em fluxos de caixa convencionais.....	89
— Valor futuro em fluxos de caixa convencionais	90
• Fluxo de caixa uniformes antecipados	91
• Fluxos de caixa uniformes diferidos.....	92
• Fluxos de caixa uniformes infinitos.....	94

Fluxos de caixa não-uniformes	94
Exercícios propostos.....	97

Capítulo 7
Sistemas de Amortização

Introdução	99
Sistema de Amortização Bullet.....	101
Sistema de Amortização Americano	101
Sistema de Amortização Constante.....	102
Sistema de Prestação Constante	104
Sistema de Amortização Misto (SAM)	108
Anexos	109
Apêndices	115
Bibliografia.....	135

Apresentação

Ao me dedicar ao preparo das aulas das diversas disciplinas que tenho lecionado na área de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), o fiz consultando os manuais dos principais autores das áreas de conhecimento das disciplinas que ministro. E ao realizar as leituras das apresentações dessas obras, observei que parte daqueles autores afirmam que a inspiração para seus manuais, foram anotações no preparos das aulas e também de anotações de sugestões dos alunos com relação as aulas.

A inspiração desses autores foi parte da minha inspiração para escrever esse livro. Observei que os alunos da disciplina Matemática Financeira, tinham certas dificuldades no aprendizado, particularmente com relação a duas situações. A primeira situação se relaciona com a questão sobre as propostas do conhecimento teórico da disciplina e sua relação com os fenômenos do mercado financeiro.

A segunda diz respeito à origem de muitas fórmulas e expressões de cálculos utilizadas nas soluções de problemas práticos dessa área de conhecimento, que muitas vezes não estão demonstradas matematicamente nos manuais disponíveis aos alunos. Ao identificar esse problema, passei a fazer em sala de aula todas as deduções das fórmulas utilizadas pela Matemática Financeira. O alunos demonstraram uma capacidade maior na interpretação e solução de problemas e exercícios propostos. E os mesmos me informavam que uma das causas do aumento da capacidade de solução dos exercícios propostos era proporcionada pelo conhecimento das demonstrações matemáticas das fórmulas e expressões utilizadas nos cálculos envolvendo esses exercícios. Nesse sentido, incorporei essa sistemática nesse livro, onde após cada capítulo se encontram os apêndices com as demonstrações matemáticas próprias das fórmulas e expressões de cada capítulo.

Voltando à primeira situação, sobre a dificuldade dos alunos em relacionar o conhecimento proposto pela Matemática Financeira com os fenômenos do mercado financeiro, percebi que muitas vezes isso se devia a forma de linguagem utilizada nos livros didáticos e também por nós professores em sala de aula. Como procurei solucionar essa questão? Cursei na UFES um curso de Educação à Distância (EAD). Uma das técnicas desenvolvidas por essa modalidade de ensino, é uma linguagem a ser utilizada nos textos, que possibilita ao estudante se tornar mais autônomo e menos dependente da presença do professor no processo de aprendizagem. Comecei então, em certos conteúdos de

Matemática Financeira, a escrever textos para os alunos utilizando propostas de linguagem de EAD. Os estudantes receberam com entusiasmo esses textos, quando afirmavam que facilitava a aprendizagem na disciplina, o que me estimulou a produzir mais textos nesse sentido.

Mas a experiência definitiva nesse sentido, veio quando recebi um convite do Núcleo de Educação Aberta e à Distância da UFES (NE@AD), para escrever um fascículo sobre Matemática Financeira para o Curso de Ciências Contábeis na modalidade EAD, a ser oferecido no período de 2008 a 2013. Ao fazê-lo, exercitei a forma de escrita da linguagem dessa modalidade de ensino. Esse fascículo foi publicado pelo NE@AD em 2011 com o título de Elementos de Análise Financeira. Esse livro é uma ampliação desse fascículo, incorporando nele os apêndices das demonstrações de fórmulas e expressões matemáticas de cada capítulo, uma complementação do capítulo quatro e incorporação do capítulo sete, que na sua totalidade se utiliza da forma de escrita da EAD.

Dentro dessa proposta organizamos o livro em sete capítulos. O capítulo 1, com o título de Fundamentos, esclarece o campo de aplicação dos conhecimentos, a sua importância e também apresenta os principais conceitos dos elementos da análise pertinente à Matemática Financeira.

O capítulo 2 aborda o regime de juros simples com as análises pertinentes a esse sistema, bem como a obtenção das taxas de juros proporcionais e a obtenção de juro exato e juro comercial. Esse regime de juros é aplicado somente naquelas operações de curto prazo e, portanto, de pouco uso no mercado financeiro. Porém, sob o ponto de vista didático, é importante que o estudante inicie o processo de entendimento de cálculos partindo da forma mais simples dos aspectos que envolvem a análise de operações financeiras.

O capítulo 3 aborda o regime de juros compostos. Esse regime de juros é o mais aplicado em operações no mercado financeiro, e fornece a base para análise em praticamente todos os tipos de operações financeiras. Esse capítulo trata dos cálculos do valor presente, valor futuro, taxas de juros, valor do juro, classificação das taxas de juros, da equivalência financeira em juros compostos e sistemas de capitalização contínua.

No capítulo 4, estudaremos as operações de descontos. Desenvolveremos os conteúdos relativos as operações de desconto comercial, bancário ou “por dentro” simples; de desconto comercial ou bancário “por fora” simples; de desconto racional ou “por dentro” composto; desconto comercial ou bancário “por fora” composto. Será realizada uma relação entre taxa de desconto simples “por fora” e a taxa de juros simples, e a relação entre a taxa de desconto composto e a taxa de juro composto.

O capítulo 5 analisa os efeitos da inflação na taxa de juros. Abordamos as medidas de inflação e a relação entre a taxa de inflação e a taxa de variação do poder aquisitivo da moeda e também a relação entre taxa de inflação e a taxa de juros.

No capítulo 6, a análise dos fluxos de caixa. Esse capítulo se reveste de importância considerável, porque fornece a base para outras análises econômicas e financeiras, notadamente na análise econômica e financeira de projetos de investimento. O estudo desse capítulo envolve a análise de fluxos de caixa uniformes e não-uniformes.

Por fim no capítulo 7 tratamos dos sistemas de amortizações de empréstimos e financiamentos. O tema desse capítulo, a semelhança do capítulo 6, compõe a base para análise econômica e financeira de projetos de investimento. E mais, a elaboração de suas planilhas permite à aqueles agentes econômicos, consumidores tomadores de empréstimos ou que compram a prazo e empresários que buscam financiamentos para projetos de investimento, a comparar os fluxos de caixa da renda do consumidor ou o fluxo de caixa da receita da empresa no projeto de investimento, ao fluxo das prestações a serem pagas pelos consumidores ou empresas, e verificar a viabilidade de pagamento dessas prestações. Abordamos o Sistema Bullet, o Sistema Americano, o Sistema de Amortização Constante, o Sistema de Prestação Constante e Sistema de Amortização Misto

Roberto Amadeu Fassarella